Παράδειγμα 2.4.11. Ομοίως, η ακολουθία $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}^*}$ με αναλυτικό τύπο

$$x_n = \frac{1\times 3\times 5\cdots(2n-1)}{2\times 4\times 6\cdots(2n)} \tag{2.11}$$

είναι μηδενική.

Για κάθε θετικό φυσικό n ισχύει

$$|a_n| < \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\cdots\frac{2n}{2n+1}. \tag{2.12}$$

Πολλαπλασιάζοντας, κατά μέλη, τις (2.11), (2.12), καταλήγουμε στην

$$|a_n|^2 < \frac{1}{2n+1}, \quad n\in\mathbb{N}^*,$$

από την οποία συνάγεται ότι για κάθε θετικό φυσικό n, ισχύει

$$|a_n| < \frac{1}{\sqrt{2n+1}} < \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Η ακολουθία όμως $\left\{\frac{1}{\sqrt{n}}\right\}_{n\in\mathbb{N}^*}$ είναι μηδενική, στοιχείο το οποίο μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι και η ακολουθία $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}^*}$ είναι επίσης μηδενική.

Παράδειγμα 2.4.12. Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήξουμε μελετώντας την ακολουθία $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}^*}$ με

$$x_n = \frac{n!}{(1+1^2)(1+2^2)\cdots(1+n^2)}.$$

Για κάθε θετικό φυσικό n είναι

$$|a_n| < \frac{1\times 2\times 3\cdots n}{1^2\times 2^2\times 3^2\cdots n^2} = \frac{1}{n!} \le \frac{1}{n}$$

και η ακολουθία $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n\in\mathbb{N}^*}$ είναι μηδενική.

Παράδειγμα 2.4.13. Θα αποδείξουμε ότι η ακολουθία

$$x_n = \begin{cases} n^2x, & \text{αν } 0\le x\le \frac{1}{n} \\ 0, & \text{αν } x > \frac{1}{n} \end{cases} \quad (x\ge 0),$$

είναι μηδενική.

Προφανώς αν $x=0$, θα είναι $x<\frac{1}{n}$, για κάθε θετικό φυσικό n με συνέπεια να είναι: $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}^*}\equiv\{0\}_{n\in\mathbb{N}^*}$. Αν $x>0$, τότε η $x\le\frac{1}{n}$ ικανοποιείται για ένα πεπερασμένο πλήθος τιμών του θετικού φυσικού n. Επομένως θα υπάρχει θετικός φυσικός n_0, τέτοιος ώστε $n_0\ge\frac{1}{x}$ με συνέπεια κατά μείζονα λόγο, να είναι $n>\frac{1}{x}$ για κάθε άλλον θετικό φυσικό $n>n_0$. Συνεπώς